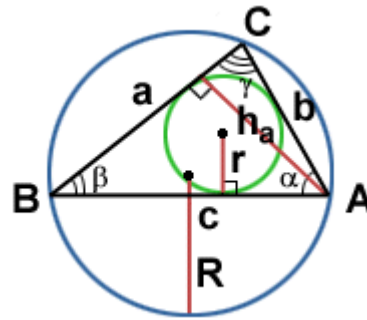


Основные формулы планиметрии

1. Произвольный треугольник (длины сторон, лежащих против вершин **A**, **B** и **C**, равны **a**, **b**, **c** соответственно; α, β, γ - величины углов **A**, **B** и **C**; **p** - полупериметр; **R** - радиус описанной окружности; **r** - радиус вписанной окружности; **S** - площадь; h_A - высота, проведенная из вершины **A**):



$$S = \frac{1}{2} h_A a$$

$$S = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin \alpha$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$r = \frac{S}{p}$$

$$R = \frac{a \cdot b \cdot c}{4S}$$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$ - теорема косинусов;

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

- теорема синусов.

2. Прямоугольный треугольник (**a**, **b** - катеты; **c** - гипотенуза; a_c, b_c - проекции катетов на гипотенузу):

$$S = \frac{1}{2} a \cdot b$$

$$S = \frac{1}{2} c \cdot h_c$$

$$r = \frac{a + b - c}{2}$$

$$R = \frac{c}{2}$$

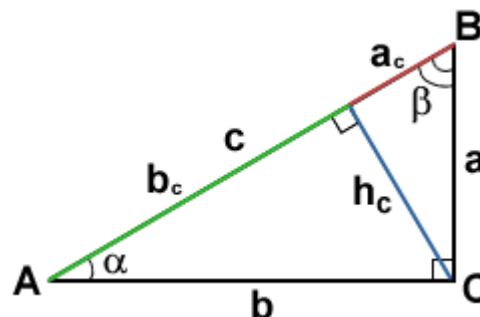
$a^2 + b^2 = c^2$ - теорема Пифагора.

$$\frac{a_c}{h_c} = \frac{h_c}{b_c}$$

$$\frac{a_c}{a} = \frac{a}{c}$$

$$\frac{b_c}{b} = \frac{b}{c}$$

$$a = c \cdot \sin \alpha = c \cdot \cos \beta = b \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{\operatorname{tg} \beta}$$

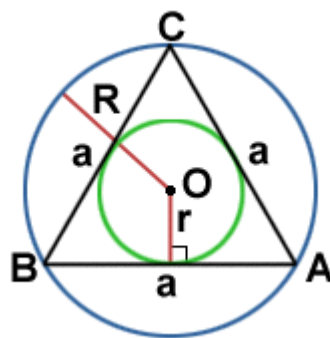


3. Равносторонний треугольник:

$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

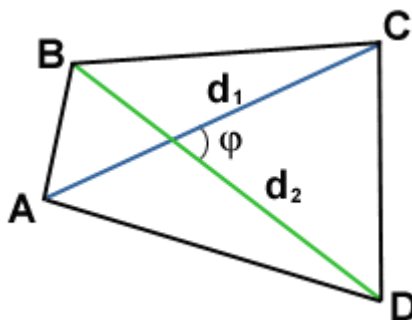
$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$



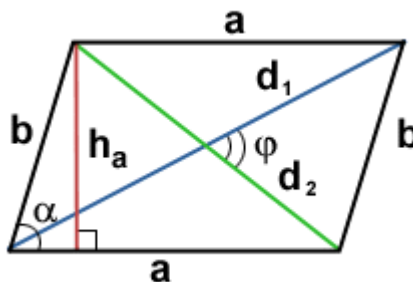
4. Произвольный четырехугольник (d_1 и d_2 - диагонали; φ - угол между ними; S - площадь):

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi$$



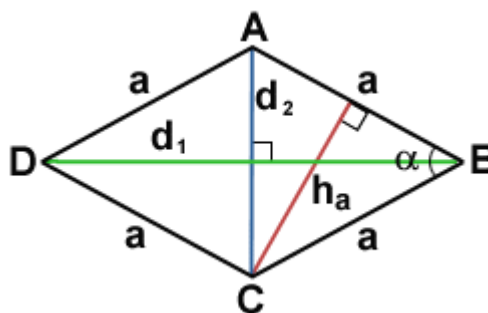
5. Параллелограмм (a и b - смежные стороны; α - угол между ними; h_a - высота, проведенная к стороне a):

$$S = ah_a = ab \sin \alpha = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi$$



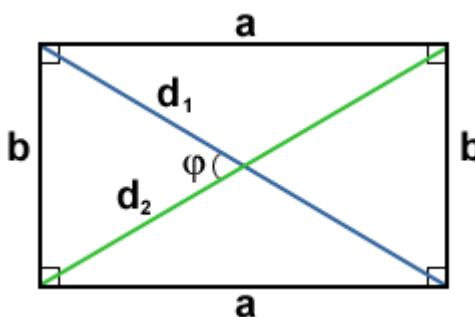
6. Ромб:

$$S = ah_a = a^2 \sin \alpha = \frac{1}{2} d_1 d_2$$



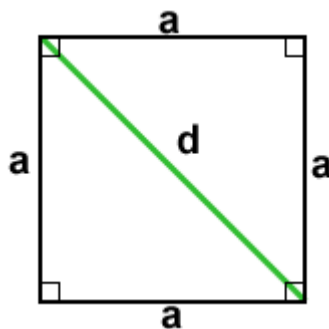
7. Прямоугольник:

$$S = ab = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi ; d_1 = d_2$$



8. Квадрат (**d** - диагональ):

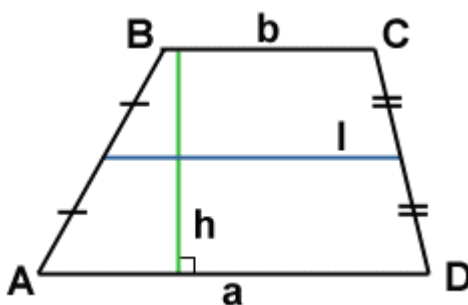
$$S = a^2 = \frac{d^2}{2}$$



9. Трапеция (**a** и **b** - основания; **h** - расстояние между ними; **l** - средняя линия):

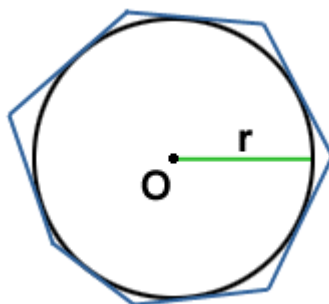
$$l = \frac{a+b}{2};$$

$$S = \frac{a+b}{2}h = lh$$



10. Описанный многоугольник (**p** - периметр; **r** - радиус вписанной окружности):

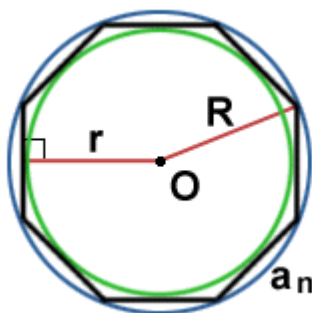
$$S = pr.$$



11. Правильный многоугольник (**a_n** - сторона правильного **n**-угольника; **R** - радиус описанной окружности; **r** - радиус вписанной окружности):

$$a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n};$$

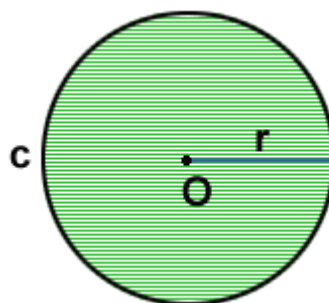
$$S = \frac{na_n r}{2}$$



12. Окружность, круг (**r** - радиус; **c** - длина окружности; **S** - площадь круга):

$$c = 2\pi r;$$

$$S = \pi r^2.$$



13. Сектор (l - длина дуги, ограничивающей сектор; n° - градусная мера соответствующего центрального угла; α - радианная мера центрального угла):

$$l = \frac{\pi n^\circ}{180^\circ} = r\alpha$$

$$S = \frac{\pi r^2 n^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{2} r^2 \alpha$$

