

<i>Первообразная, F(x)</i>	<i>Функция, f(x)</i>	<i>Производная, f'(x)</i>
$Ax + C, A \in \mathbb{R}$	$A \text{ (const)}, A \in \mathbb{R}$	$0$
$\frac{kx^2}{2} + bx + C$	$kx + b, k \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$	$k, k \in \mathbb{R}$
$\frac{x^3}{3} + C$	$x^2$	$2x$
$\frac{x^4}{4} + C$	$x^3$	$3x^2$
$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$	$x^n, n \in \mathbb{N}$	$nx^{n-1}, n \in \mathbb{N}$
$\ln x  + C$	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\frac{1}{(-n+1)x^{n-1}} + C, n \in \mathbb{N}$	$\frac{1}{x^n}, n \in \mathbb{N}$	$-\frac{n}{x^{n+1}}, n \in \mathbb{N}$
$\frac{n\sqrt[n]{x^{n+1}}}{n+1} + C, n \in \mathbb{N}$	$\sqrt[n]{x}, n \in \mathbb{N}$	$\frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}, n \in \mathbb{N}$
$\frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$	$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$2\sqrt{x} + C$	$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$-\frac{1}{2x\sqrt{x}}$
$\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \in \mathbb{R}, \alpha \neq -1$	$x^\alpha, \alpha \in \mathbb{R}$	$\alpha x^{\alpha-1}, \alpha \in \mathbb{R}$
$-\cos x + C$	$\sin x$	$\cos x$
$\sin x + C$	$\cos x$	$-\sin x$
$-\ln(\cos x) + C$	$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\ln(\sin x) + C$	$\operatorname{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x + C$	$\cos^2 x$	$-\sin 2x$
$\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x + C$	$\sin^2 x$	$\sin 2x$
$e^x + C$	$e^x$	$e^x$
$\frac{a^x}{\ln a} + C$	$a^x$	$a^x \ln a$
$x \ln x - x + C$	$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\frac{1}{\ln a}(x \ln x - x) + C$	$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$
$x \arcsin x + \sqrt{1-x^2} + C$	$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$x \arccos x - \sqrt{1-x^2} + C$	$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C$	$\operatorname{arctg} x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$x \operatorname{arcctg} x + \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C$	$\operatorname{arcctg} x$	$-\frac{1}{1+x^2}$

## Правила дифференцирования

1.  $(u + v)' = u' + v'$ ;

2.  $(Cu)' = C \cdot u'$ ;

3.  $(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$ ;

4.  $\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$ ;

5.  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$ .

## Производная сложной функции

$$(h(f(x)))' = h'(f(x)) \cdot f'(x)$$

Геометрический смысл производной состоит в том, что значение производной функции в точке  $x_0$  равно угловому коэффициенту касательной (тангенсу угла  $\alpha$ ), проведенной к графику функции в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$k = f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha$$

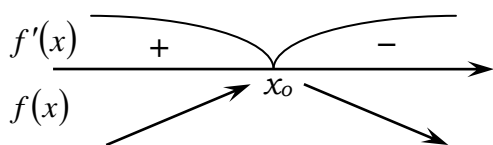
Уравнение касательной к графику функции  $f(x)$  в точке с абсциссой  $x_0$ :

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

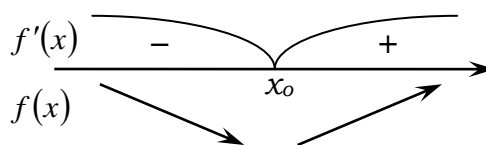
Физический смысл производной состоит в том, что производная от координаты по времени есть мгновенная скорость:

$$v(t) = s'(t)$$

Если в точке  $x_0$  производная функции  $f(x)$  меняет знак с «+» на «-», то  $x_0$  – точка максимума функции  $f(x)$ .



Если в точке  $x_0$  производная функции  $f(x)$  меняет знак с «-» на «+», то  $x_0$  – точка минимума функции  $f(x)$ .



## Первообразная. Интеграл

Функцию  $F(x)$  называют первообразной для функции  $f(x)$  на интервале  $(a; b)$ , если на нем производная функции  $F(x)$  равна  $f(x)$ :  $F'(x) = f(x)$ .

Операцию, обратную дифференцированию называют интегрированием.

Три правила нахождения первообразных:

1° Если  $F(x)$  есть первообразная для  $f(x)$ , а  $G(x)$  – первообразная для  $g(x)$ , то  $F(x) + G(x)$  есть первообразная для  $f(x) + g(x)$ .

2° Если  $F(x)$  есть первообразная для  $f(x)$ , а  $k$  – постоянная, то функция  $kF(x)$  есть первообразная для  $kf(x)$ .

3° Если  $F(x)$  есть первообразная для  $f(x)$ , а  $k$  и  $b$  – постоянные, причем  $k \neq 0$ , то функция  $\frac{1}{k}F(kx + b)$  есть первообразная для  $f(kx + b)$ .

$\int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$  – формула Ньютона-Лейбница.

Геометрический смысл определенного интеграла заключается в том, что определенный интеграл равен площади криволинейной трапеции, образованной линиями: сверху ограниченной кривой  $y = f(x)$ , и прямыми  $y = 0$ ;  $x = a$ ;  $x = b$ .

